

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΑΛΓΕΒΡΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	19/03/2022

### ΘΕΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνεται η εξίσωση  $αx^2 + βx + γ = 0$ ,  $α ≠ 0$ . Να γράψετε:

- i. τον τύπο της διακρίνουσας  $Δ$ .
- ii. τον τύπο που δίνει τις δυο λύσεις της εξίσωσης όταν  $Δ > 0$ .
- iii. τον τύπο που δίνει την διπλή λύση της εξίσωσης όταν  $Δ = 0$ .

(Μονάδες 2x3=6)

**A2.** Εάν η εξίσωση  $αx^2 + βx + γ = 0$ ,  $α ≠ 0$ , έχει δυο άνισες πραγματικές ρίζες  $x_1, x_2$ , να αποδείξετε ότι:  $S = x_1 + x_2 = -\frac{β}{α}$ .

(Μονάδες 9)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Οι αριθμοί  $α, β, γ$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει

$$α = \frac{β + γ}{2}.$$

**β.** Η εξίσωση  $x^3 = -1$  είναι αδύνατη.

**γ.** Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $αx^2 + βx + γ = 0$ , με  $α ≠ 0$ , τότε  $x_1 + x_2 = \frac{β}{α}$ .

**δ.** Αν  $αx^2 + βx + γ > 0$  για κάθε  $x ∈ ℝ$ , τότε ισχύει  $Δ < 0$  και  $α > 0$ .

**ε.** Αν  $α, γ$  ετερόσημοι, τότε η εξίσωση  $αx^2 + βx + γ = 0$  έχει πάντα πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 10)

## ΘΕΜΑ Β

Δίνονται: η εξίσωση  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , (1) και οι ανισώσεις  $x^2 - 3x - 4 < 0$ , (2) και  $|x+3| > 5$ , (3).

**B1.** Να λύσετε την εξίσωση (1).

(Μονάδες 6)

**B2.** Να δείξετε ότι οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων (2) και (3) είναι οι πραγματικοί αριθμοί  $x$  του διαστήματος  $(2,4)$ , δηλαδή όταν:  $2 < x < 4$ .

(Μονάδες 7)

Έστω  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$  οι λύσεις της εξίσωσης (1) και  $\alpha_n$  είναι μια αριθμητική πρόοδος με  $\alpha_1 = x_1 \cdot x_2$  και  $\alpha_{12} = 94$ .

**B3. (i)** Να δείξετε ότι η διαφορά  $\omega$  της προόδου είναι  $\omega = 8$  και να βρείτε τον  $10^{\circ}$  όρο της προόδου, δηλαδή τον  $\alpha_{10}$ .

(Μονάδες 4+3=7)

**(ii)** Να βρείτε την εξίσωση  $2^{\text{ου}}$  βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς  $\alpha_1$  και  $\omega$ .

(Μονάδες 5)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παράσταση  $K = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 3x - 2}$  και η εξίσωση  $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1).

**Γ1.** Να λύσετε την εξίσωση  $2x^2 - 3x - 2 = 0$  και στην συνέχεια να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $2x^2 - 3x - 2$ .

(Μονάδες 5+2=7)

**Γ2.** Αν  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος Γ1, τότε να βρείτε για

ποιες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  ορίζεται η παράσταση  $K$  και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε.

(Μονάδες 4+6=10)

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - \lambda x + (\lambda^2 + \lambda - 1) = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1), με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης ισούται με  $\Delta = -3\lambda^2 - 4\lambda + 4$ .

**(Μονάδες 3)**

**Δ2.** Να προσδιορίσετε τις πραγματικές τιμές του  $\lambda$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**(Μονάδες 8)**

**Δ3.** Να βρείτε το άθροισμα  $x_1 + x_2$  και το γινόμενο  $x_1 \cdot x_2$  των ριζών της εξίσωσης (1).

**(Μονάδες 6)**

**Δ4.** Να λύσετε την ανίσωση  $S^2 - P - 2 \geq 0$  όπου  $S$  και  $P$  είναι αντίστοιχα το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης (1).

**(Μονάδες 8)**