

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ / ΕΠΑΛ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	27/08/2019

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω A, B δύο μη κενά υποσύνολα του \mathbb{R} . Τι ονομάζεται συνάρτηση από το A στο B ;

(Μονάδες 5)

A2. Δίνονται δύο συναρτήσεις f, g με πεδίο ορισμού το A . Να ορίσετε την συνάρτηση $\frac{f}{g}$.

(Μονάδες 5)

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 5)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ένα σημείο $M(x, y)$ ανήκει στην καμπύλη της f , μόνον, όταν $y = f(x)$.

β. Μια καμπύλη f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$ για κάποια x_1, x_2 με $x_1 < x_2$.

γ. Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται σε ένα σύνολο A τότε και η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ ορίζεται στο A .

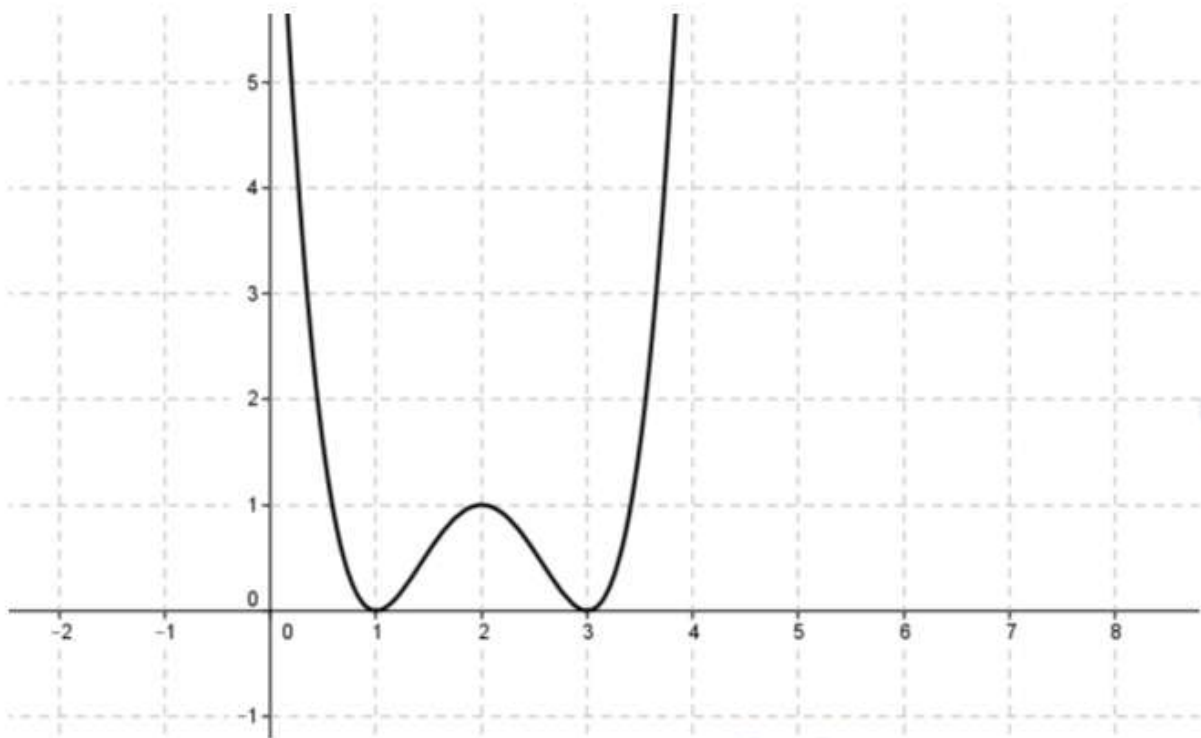
δ. Κάθε ευθεία ε παράλληλη στον άξονα $x'x$ τέμνει την γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f σε ένα το πολύ σημείο.

ε. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A θα λέμε ότι παρουσιάζει μέγιστο στο $x_1 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x , σε μια περιοχή του x_1 .

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , η οποία έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} .



B1. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .

(Μονάδες 3)

B2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:

- i) $f(x) = 0$
- ii) $f(x) = -1$
- iii) $f(x) > 0$
- iv) $f(x) \leq 0$

(Μονάδες 8)

B3. Να μελετήσετε την μονοτονία της f .

(Μονάδες 8)

B4. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$.

Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 7)

Γ2. Να προσδιορίσετε:

- i) τα σημεία που η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 6)

- ii) τα διαστήματα που η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 4)

Γ3. Δίνεται η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = \sqrt{2}$. Να βρείτε τα σημεία που η γραφική παράσταση της f , τέμνει την γραφική παράσταση της g .

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f (μονάδες 4) και να απλοποιήσετε τον τύπο της (μονάδες 2).

(Μονάδες 6)

Δ2. α. Αν $f(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x+2)}$, να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε για την συνάρτηση h με τύπο:

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x > 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$$

να ισχύει $\alpha \cdot h(3) - 3 \cdot h(2) = 5$.

(Μονάδες 4)

β. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σημείο $A\left(\lambda, \frac{2}{5}\right)$ να ανήκει στην γραφική παράσταση της h .

(Μονάδες 4)

Δ3. α. Να δείξετε με την βοήθεια του ορισμού ότι η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = f(x)(x-1)(x+2)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\Delta = (2, +\infty)$

(Μονάδες 5)

β. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

i) $g(2019)$ και $g(2020)$

(Μονάδες 3)

ii) $g(x^2 + 5)$ και $g(x^2 + 3)$

(Μονάδες 3)